

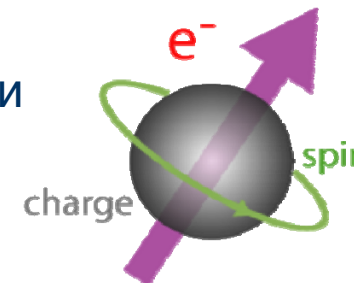
Лекция 2

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- **Краткие сведения из квантовой механики.** Электроны. Волны де Бройля. Соотношение неопределенности. Волновая функция.
- **Спектр электронных состояний атомов и кристаллов.** Частица в потенциальной яме. Спектр электронных состояний атомов. Квантовые числа. Электронные оболочки. Виды химической связи. Понятие о зонной структуре твердых тел. Принцип разделения веществ на проводники (металлы), полупроводники и изоляторы (диэлектрики).
- **Электропроводность твердых тел.** Модель электронного газа. Квантовая модель электропроводности. Трехмерный ящик. Энергия Ферми. Оценка числа состояний. Плотность энергетических состояний.
- **Распределение Ферми. Электроны и дырки.** Количество электронов в зоне проводимости. Собственная концентрация носителей заряда в полупроводнике. Уровень Ферми в беспримесном полупроводнике.
- **Собственная и примесная проводимость полупроводников.** Полупроводники n- и p-типа. Положение уровня Ферми в электрически нейтральном полупроводнике. Технологии легирования полупроводников.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- Электрон – центральный объект квантовой механики
имеет массу $m_e = 9.1 * 10^{-31} \text{ кг}$
электрический заряд $e = 1.6 * 10^{-19} \text{ Кл}$



- В 1923 году де Бройль предположил: движение любой частицы с импульсом \vec{p} описывается волновым процессом, длина волны которого



Луи де Бройль

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

или

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}$$

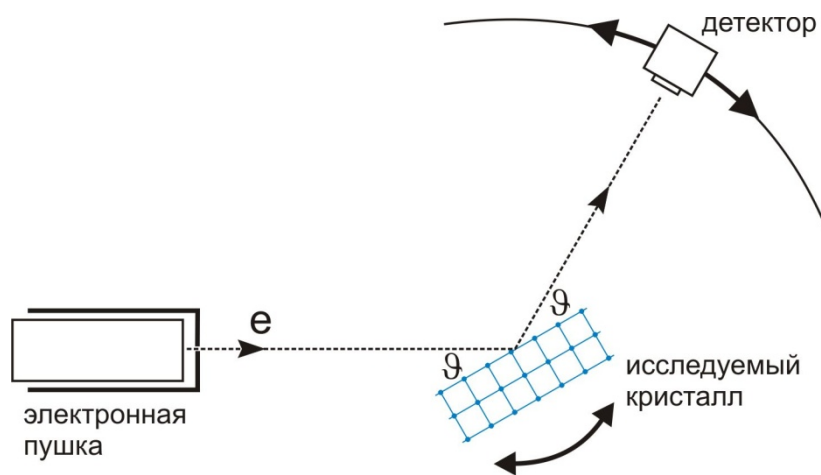
$$h = 6.62 * 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.06 * 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

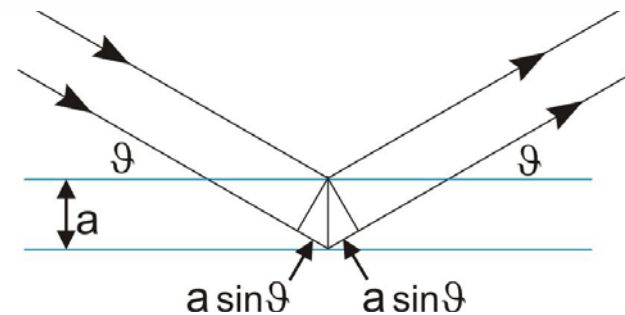
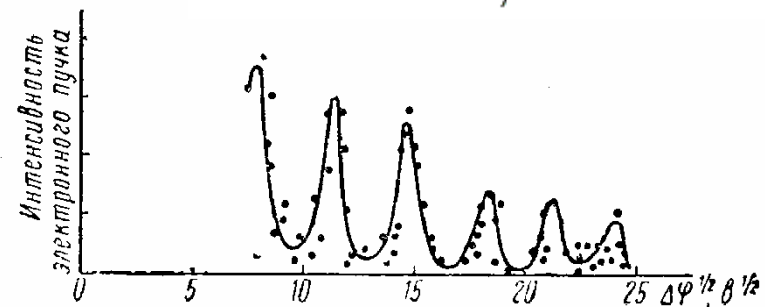
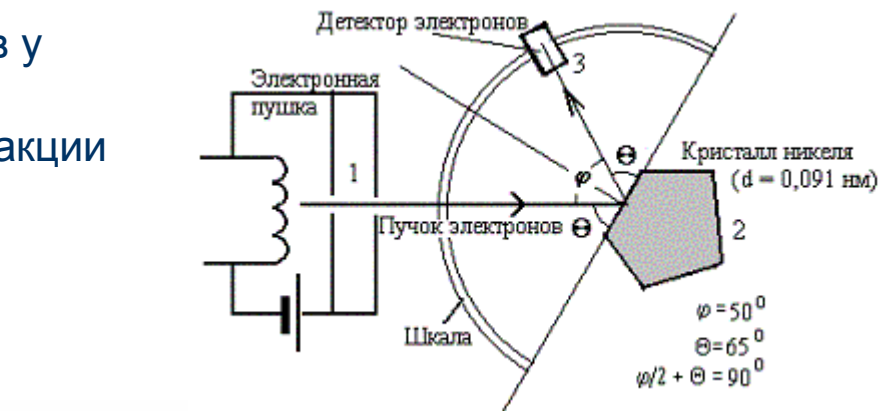
Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Гипотеза де Бройля о наличии волновых свойств у электрона была подтверждена в 1927 году в экспериментах **Дэвиссона - Джермера** по дифракции электронов на поверхности монокристаллов Ni.



$$a \cdot \sin \vartheta = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$



КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- **Пример.** Пучок электронов с энергией 15 эВ падает на поверхность кристалла по нормали к его кристаллической плоскости и испытывает дифракцию. Угол первого дифракционного максимума составляет 30° . Определить период кристаллической решетки .
- **Решение:**

$$2a \cdot \sin \vartheta = n \cdot \frac{\lambda}{2} = 1 \cdot \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} \Rightarrow$$
$$a = \frac{h}{2 \sin \vartheta \sqrt{2m_e E_k}} \Rightarrow a = 3.2 * 10^{-10} \text{ м} = 3.2 \text{ \AA}$$

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Вопрос. Может ли макроскопическая частица проявлять волновые (квантовые) свойства? Например, частица с массой 1 г и скоростью 1 м/с.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \approx 6.6 \cdot 10^{-31} \text{ м}$$

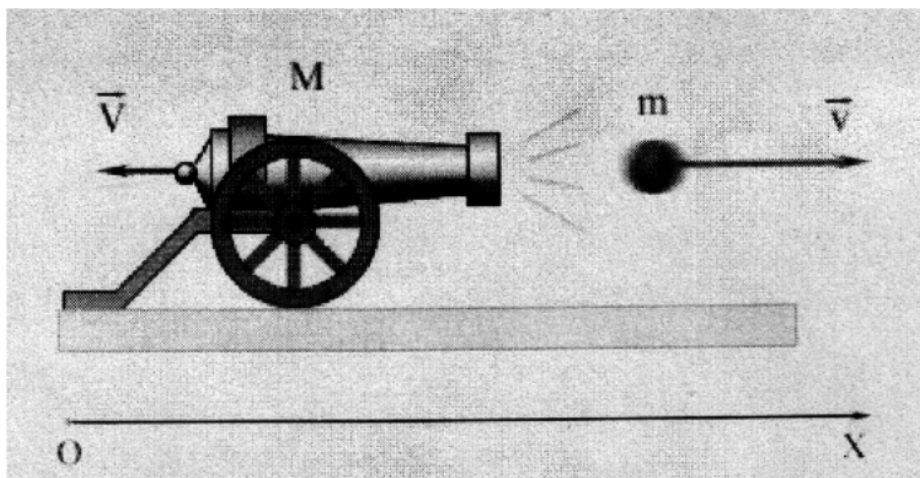
а, к примеру, размер протона всего 10^{-15} м.

А если?

10 кг

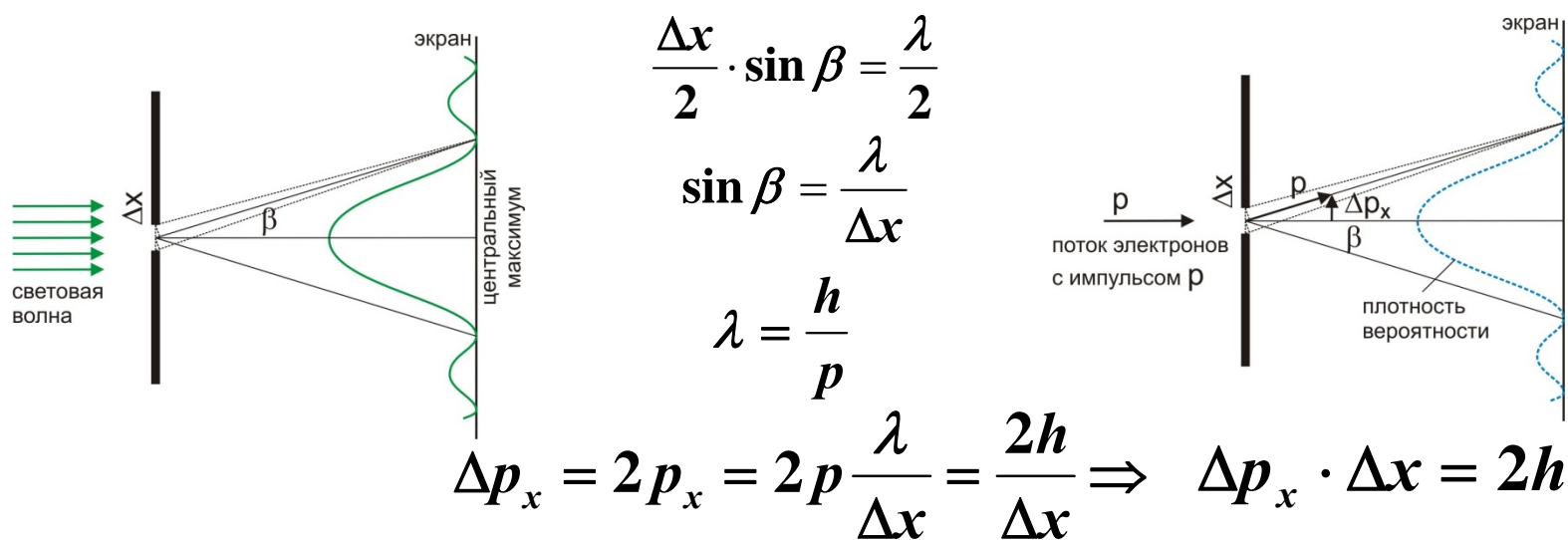
100 м/с

Тогда 10^{-37} м



КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- Одним из парадоксальных проявлений волновых свойств микрочастиц является так называемое **соотношение неопределенности**.



$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- Каждой квантовомеханической системе можно поставить в соответствие волновую функцию
- Квадрат модуля представляет вероятность обнаружить частицу в некоторой точке в данный момент времени
- Если система может находиться в каких-то нескольких состояниях, то ее общее состояние может описываться на основе суммы волновых функций, которыми характеризуется система.

$$\Psi(x, y, z, t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1$$

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Пример. Свободная частица, о которой мы знаем, что она движется вдоль оси x и имеет импульс p_0 . В соответствии с формулой де Бройля мы можем приписать ей вполне определенную длину волны:

$$p = p_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h}{p_0}$$

Попробуем найти волновую функцию этой частицы. Поскольку это волна, то можно считать, что волновая функция должна изменяться по закону синуса или косинуса.

Если $\Psi = A \cdot \cos(k_0 x - \omega t)$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_0 = p_0/\hbar$

Тогда $|\Psi|^2 = A^2 \cos^2(k_0 x - \omega t)$

- распределение вероятности содержит нули, что не соответствует смыслу

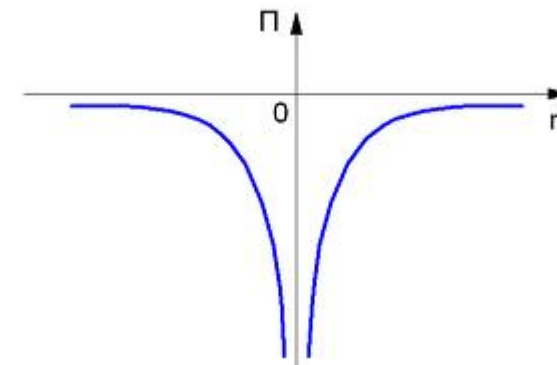
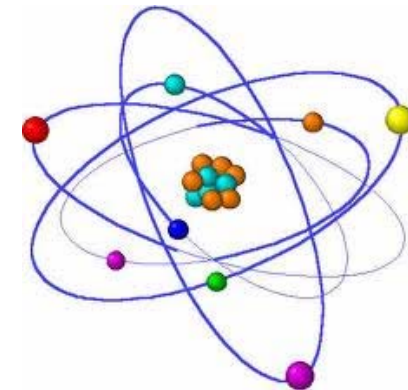
Возьмем вид волновой функции

$$\Psi = A e^{i(k_0 x - \omega t)} \quad \text{тогда} \quad |\Psi|^2 = \Psi^* \Psi = [A \cdot e^{i(k_0 x - \omega t)}] \cdot [A \cdot e^{-i(k_0 x - \omega t)}] = A^2$$

и обнаружить частицу можно в любой точке с равной вероятностью. Таким образом, мы построили волновую функцию свободной частицы

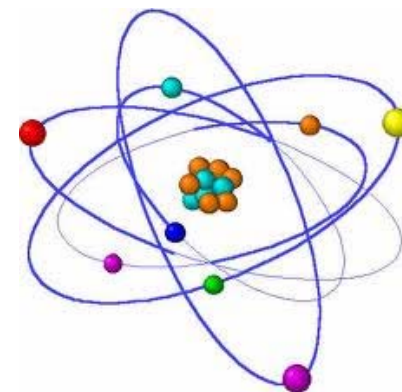
СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Важнейшим свойством атомов и молекул как квантовых систем, состоящих из связанных между собой микрочастиц, является то, что они могут принимать лишь определенные **разрешенные значения энергии**.
- **Частица в потенциальной яме.**
Одномерная потенциальная яма (одномерный ящик с бесконечными стенками) является грубой, но наглядной моделью для понимания и описания основных закономерностей поведения электрона в атоме. Так же как и в атоме, электрон локализован в замкнутой области и не выходит за ее пределы, то есть, ящик с бесконечными стенками можно рассматривать как определенную упрощенную аналогию атомной системы.



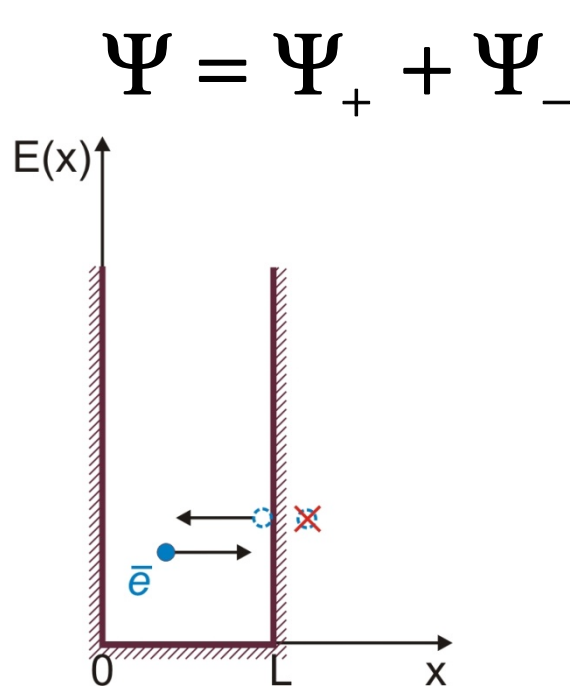
СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Важнейшим свойством атомов и молекул как квантовых систем, состоящих из связанных между собой микрочастиц, является то, что они могут принимать лишь определенные **разрешенные значения энергии**.
- **Частица в потенциальной яме.**
Одномерная потенциальная яма (одномерный ящик с бесконечными стенками) является грубой, но наглядной моделью для понимания и описания основных закономерностей поведения электрона в атоме. Так же как и в атоме, электрон локализован в замкнутой области и не выходит за ее пределы, то есть, ящик с бесконечными стенками можно рассматривать как определенную упрощенную аналогию атомной системы.



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Частица в ящике не может покоиться (вследствие соотношения неопределенности), но может двигаться либо в одну, либо в противоположную сторону:



$$\Psi_+(x, t) = B \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\Psi_-(x, t) = -B \cdot e^{i(-kx - \omega t)}$$

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_+ + \Psi_- = B \cdot e^{ikx - i\omega t} - B \cdot e^{-ikx - i\omega t} = \\ &= 2iB \cdot e^{-i\omega t} \frac{e^{ikx} - e^{-ikx}}{2i} = 2iB \cdot \sin kx \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned}$$

$$2iB \cdot \sin kx = A \cdot \sin kx$$

$$\Psi(x) = \begin{cases} A \cdot \sin kx, & 0 \leq x \leq L \\ 0, & x \leq 0, \quad x \geq L \end{cases}$$

СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Из условия непрерывности вблизи стенок

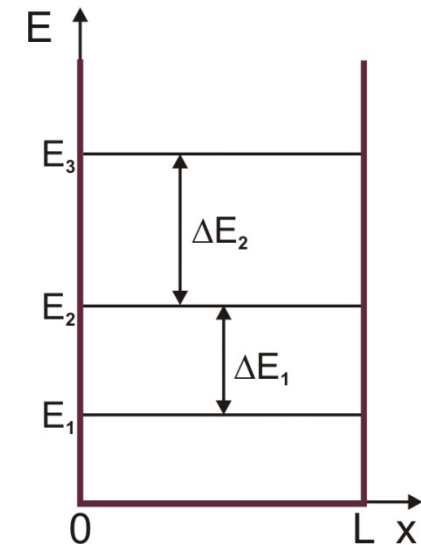
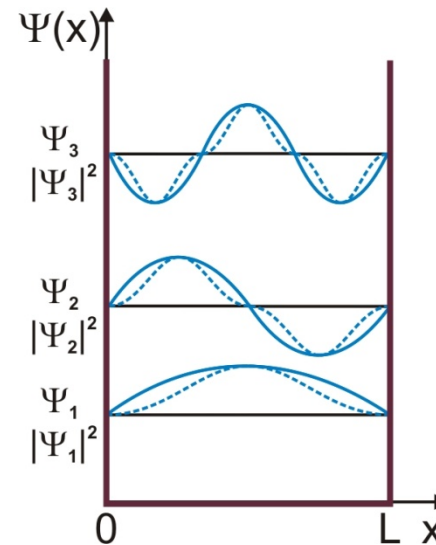
$$\sin kx = 0$$

$$k \cdot L = \pi \cdot n, \Rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L}, \text{ где } n = 1, 2, \dots$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{h}{2\pi} = k_n \cdot \hbar$$

$$p_n = \frac{\pi \cdot \hbar \cdot n}{L}$$

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m \cdot L^2} n^2$$



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Пример.**

$$L = 2 \overset{0}{\text{Å}}$$

$$E_n \approx 1.5 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \times n^2$$

$$1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \times 1 \text{ В} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$E_n \approx \dots = 8.7 \text{ эВ} \cdot n^2$$

$$E_1 \approx 8.7 \text{ эВ}$$

$$E_2 \approx 35 \text{ эВ}$$

СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

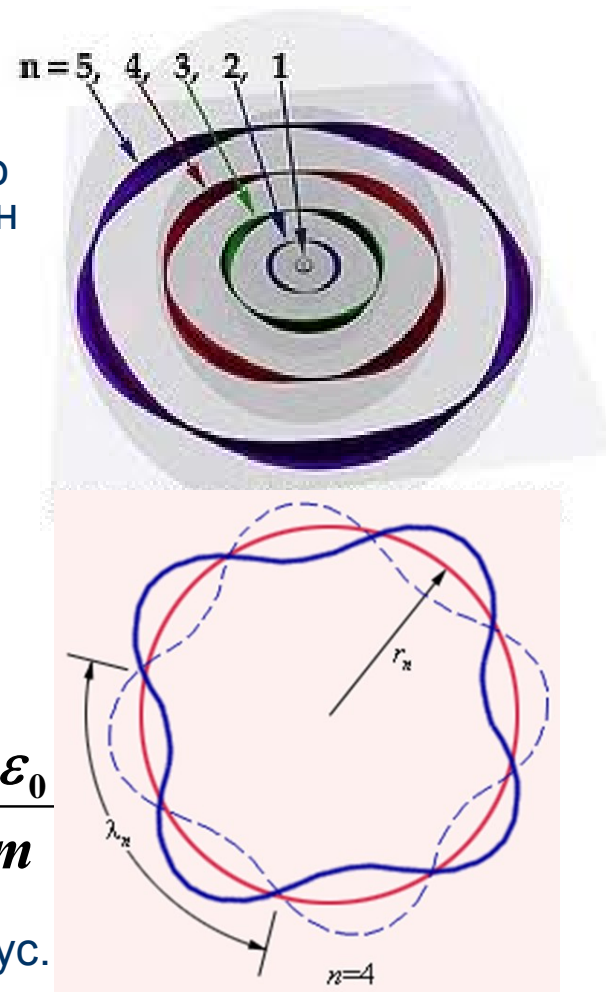
- **Атом водорода:** Движение электрона вокруг ядра происходит по строго определенным орбитам, так, что на длине орбиты укладывается целое число длин волн де Бройля:

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{p} = n \frac{h}{mv}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

- Радиусы круговых орбит определяются из условия, что центробежная сила уравновешивается силой притяжения электрона к ядру

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad \Rightarrow \quad r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi e^2 m}$$

- При $n=1$ получаем $r=0,53 \cdot 10^{-8}$ см – 1-й Боровский радиус.



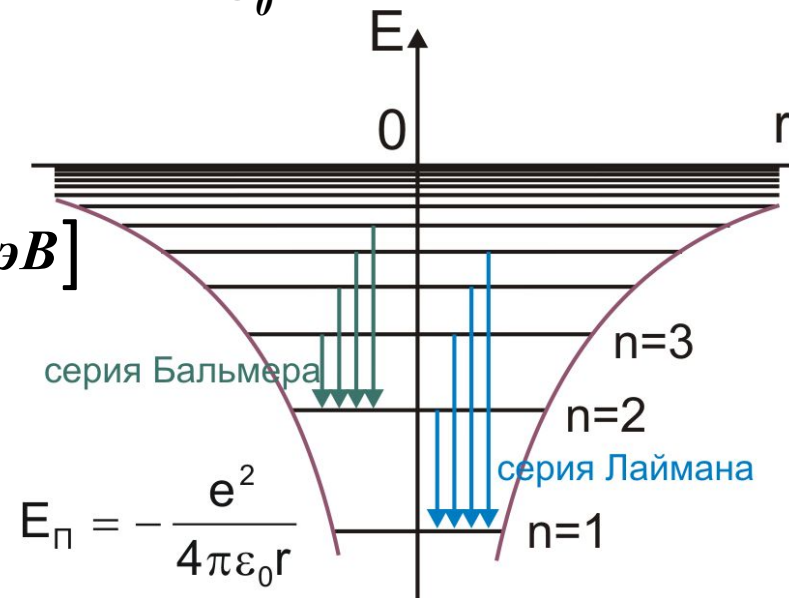
СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Найдем значения энергии атома водорода

$$E = E_K + E_{II} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^4 m}{8n^2 h^2 \epsilon_0^2}$$

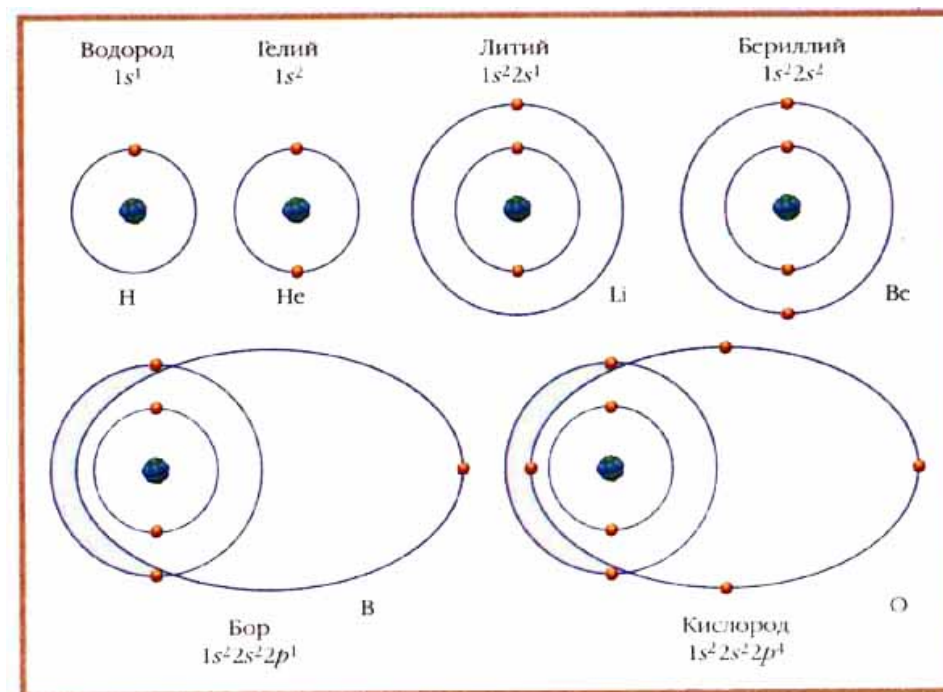
$$E_n = -\frac{e^4 m}{8n^2 h^2 \epsilon_0^2} = -\frac{1}{n^2} \frac{e^4 m}{8h^2 \epsilon_0^2} =$$

$$= -\frac{21,72 \cdot 10^{-19}}{n^2} [\text{Дж}] = -\frac{13,6}{n^2} [\text{эВ}]$$



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

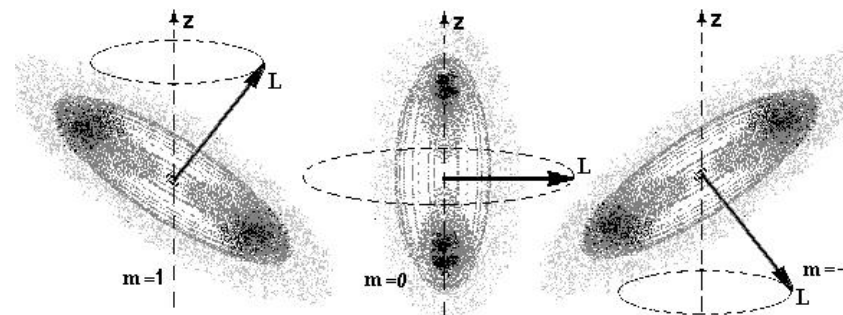
- **Энергетические состояния электронов в многоэлектронных атомах**
- Характер квантования определяется видом потенциала взаимодействия.
- Орбиты электронов в многоэлектронном атоме могут быть круговыми или эллиптическими.
- Электроны стремятся занять по возможности наиболее низкие энергетические состояния.
- Принцип Паули: может быть не более двух электронов на одном энергетическом уровне
- Возможные энергетические состояния электронов в атоме характеризуются четырьмя квантовыми числами



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Квантовые числа**
- **Главное квантовое число n ($n=1, 2, 3, \dots$)** определяется радиусом круговой орбиты или величиной большой полуоси эллиптической орбиты. Чем больше n , тем больше радиус. Состояния электрона, определяемые главным квантовым числом называют энергетическими уровнями.
- **Орбитальное квантовое число l ($l=0, 1, 2, \dots, n-1$)** определяет величину малой полуоси эллиптической орбиты. Значение $l=0$ соответствует круговой орбите. Энергетические состояния, отвечающие различным l , называются подуровнями. $l=0$ – *s*-подуровень, $l=1$ – *p*-подуровень, $l=2$ – *d*-подуровень, $l=3$ – *f*-подуровень и т.д.
- **Магнитное квантовое число m ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$)** определяет пространственную ориентацию эллиптической орбиты. Каждому значению l соответствует $2l+1$ возможная пространственная ориентация и соответствующее количество орбит.
- **Спиновое квантовое число s ($s = \pm 1/2$)** соответствует моменту количества движения электрона вокруг собственной оси. Вектор этого момента может быть параллелен или антипараллелен вектору орбитального момента.

Магнитное квантовое число m



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Электронные оболочки.**

$n=1: 1s^2$

$n=2: 1s^2 2s^2 2p^6$

$n=3: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$

$n=4: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}$

- Последовательность заполнения оболочек:

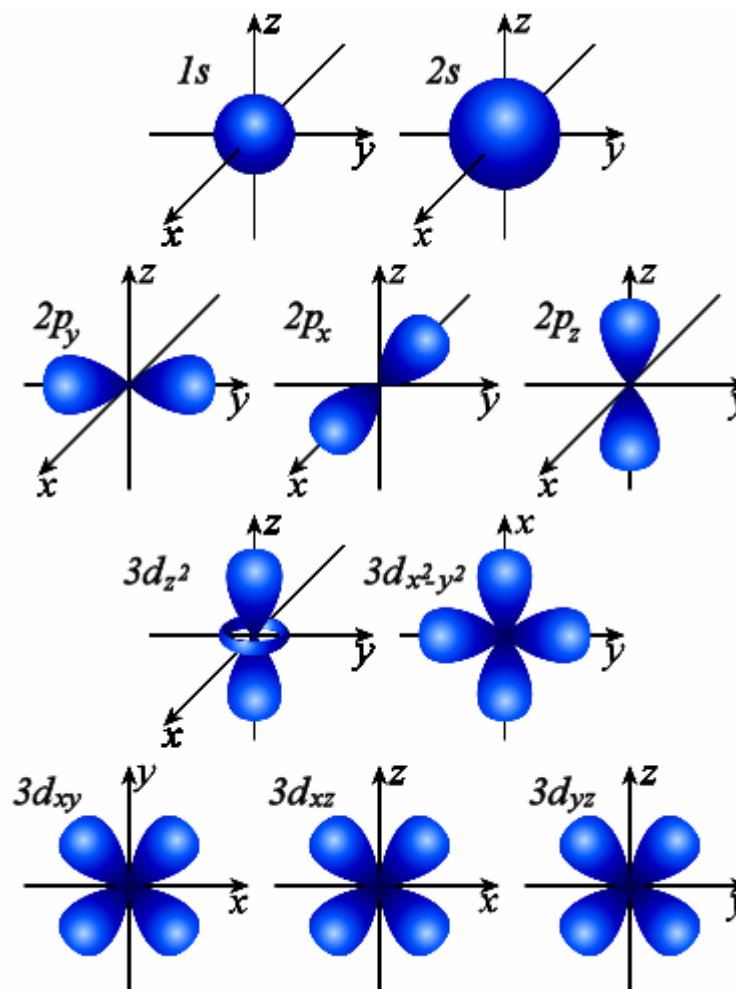
$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6 7s^2$

- Углерод C: $1s^2 2s^2 2p^2$

- Кремний Si: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

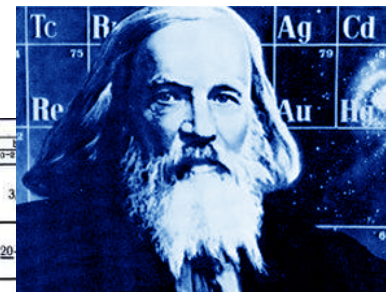
- Германий Ge:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$



Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ



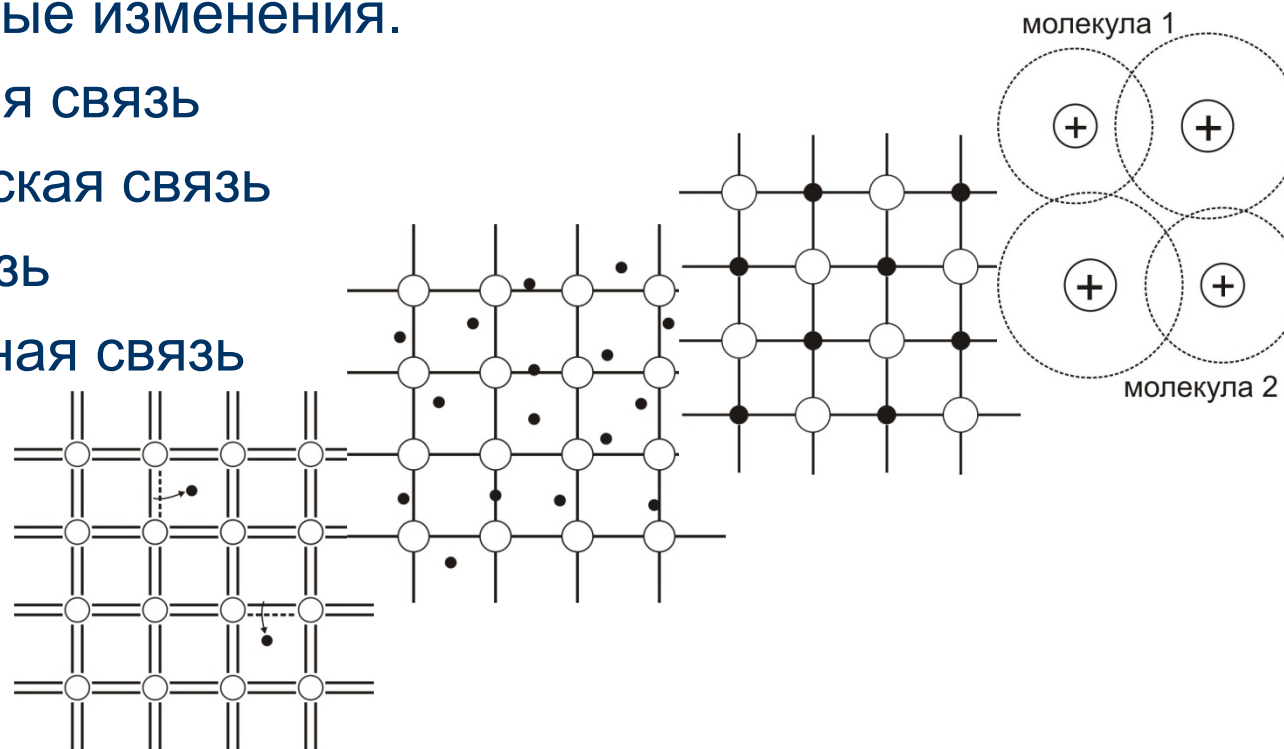
ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ
Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

Период	Число элементов	Слово	Оболочки				Последовательность заполнения оболочек	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII	
			s	p	d	f		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
1	2		K	L	M	N	1	2															
2	8		K	L	M	N	2	8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
3	8		K	L	M	N	3	18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
4	18		K	L	M	N	4	32	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
5	18		K	L	M	N	5	50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
6	32		K	L	M	N	6	86	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
7	32		K	L	M	N	7	118	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	

№	Символ	Имя	№	Символ	Имя	№	Символ	Имя	№	Символ	Имя	№	Символ	Имя	№	Символ	Имя	№	Символ	Имя	№	Символ	Имя						
1	H	Водород	2	He	Гелий	3	Li	Литий	4	Be	Бериллий	5	B	Бор	6	C	Углерод	7	N	Азот	8	O	Кислород	9	F	Фтор	10	Ne	Неон
11	Na	Натрий	12	Mg	Магний	13	Al	Алюминий	14	Si	Кремний	15	P	Фосфор	16	S	Сера	17	Cl	Хлор	18	Ar	Аргон	19	K	Калий	20	Ca	Кальций
21	Sc	Скандий	22	Ti	Титан	23	V	Ванадий	24	Cr	Хром	25	Mn	Марганец	26	Fe	Железо	27	Co	Кобальт	28	Ni	Никель	29	Cu	Медь	30	Zn	Цинк
31	Ga	Галлий	32	Ge	Германий	33	As	Мышьяк	34	Se	Селен	35	Br	Бром	36	Kr	Криптон	37	Rb	Рубидий	38	Sr	Стронций	39	Y	Иттрий	40	Zr	Цирконий
41	Nb	Ниобий	42	Mo	Молибден	43	Tc	Технеций	44	Ru	Рутений	45	Rh	Родий	46	Pd	Палладий	47	Ag	Серебро	48	Cd	Кадмий	49	In	Индий	50	Sn	Олово
51	Sb	Сурьма	52	Te	Теллур	53	I	Йод	54	Xe	Ксенон	55	Cs	Цезий	56	Ba	Барий	57	La	Лантан	58	Ce	Церий	59	Pr	Прозермий	60	Nd	Неодим
61	Pm	Прометий	62	Sm	Самарий	63	Eu	Европий	64	Gd	Гадолиний	65	Tb	Тербий	66	Dy	Диспрозий	67	Ho	Гольмий	68	Er	Эрбий	69	Tm	Туллий	70	Yb	Иттербий
71	Lu	Лютеций	72	Hf	Гафний	73	Ta	Тантал	74	W	Вольфрам	75	Re	Рений	76	Os	Осмиум	77	Ir	Иридий	78	Pt	Платина	79	Au	Золото	80	Hg	Ртуть
81	Tl	Таллий	82	Pb	Свинец	83	Bi	Висмут	84	Po	Полоний	85	At	Астатин	86	Em	Эманация	87	Fr	Франций	88	Ra	Радий	89	Ac	Актиний	90	Th	Торий
91	Pa	Парадоксий	92	U	Уран	93	Np	Нептуний	94	Pu	Плутоний	95	Am	Америций	96	Cm	Кюрий	97	Bk	Берклий	98	Cf	Калифорний	99	Es	Эйнштейний	100	Fm	Фермий
101	Md	Менделеевий	102	No	Нобелий	103	Lr	Лоуренсий	104	Rf	Рифий	105	Db	Дубний	106	Sg	Сегбий	107	Bh	Бореллий	108	Hs	Хасеимий	109	Mt	Миттербергий	110	Ds	Дэвисий
111	CNh	Коперничевий	112	CNh	Флеровий	113	CNh	Московский	114	CNh	Ливенбергерий	115	CNh	Теннессиум	116	CNh	Огэссоний	117	CNh	Углерод	118	CNh	Огэссоний	119	CNh	Углерод	120	CNh	Углерод

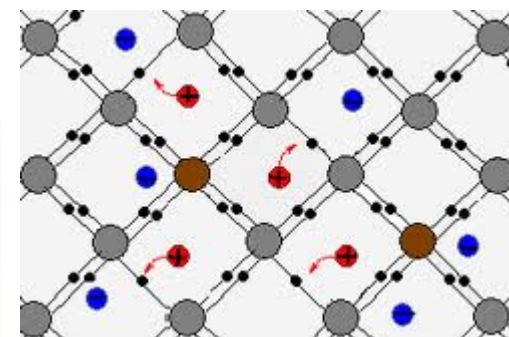
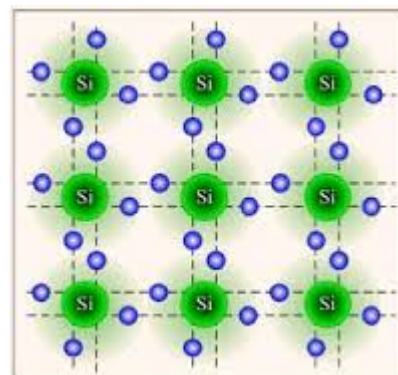
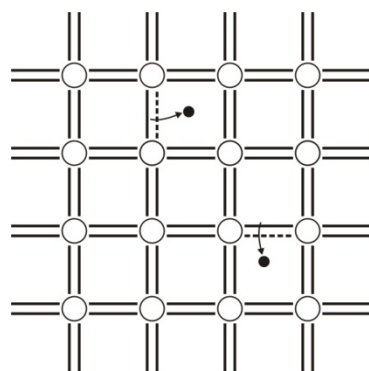
СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- При соединении атомов в молекулы и кристаллы структура энергетических уровней претерпевает кардинальные изменения.
- Ковалентная связь
- Металлическая связь
- Ионная связь
- Молекулярная связь



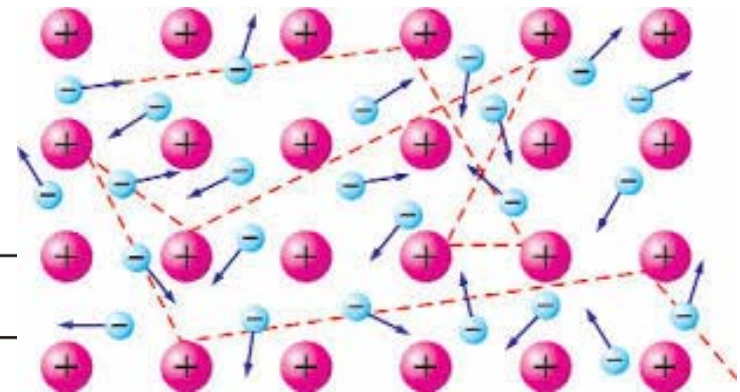
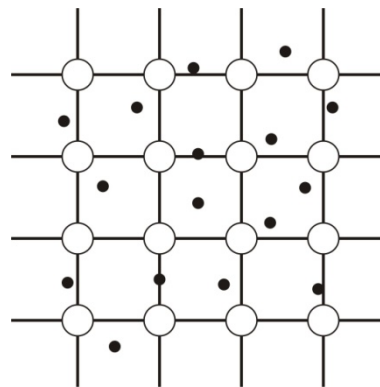
СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- При соединении атомов в молекулы и кристаллы структура энергетических уровней претерпевает кардинальные изменения.
- **Ковалентная связь в кристалле кремния**
- Металлическая связь
- Ионная связь
- Молекулярная связь



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

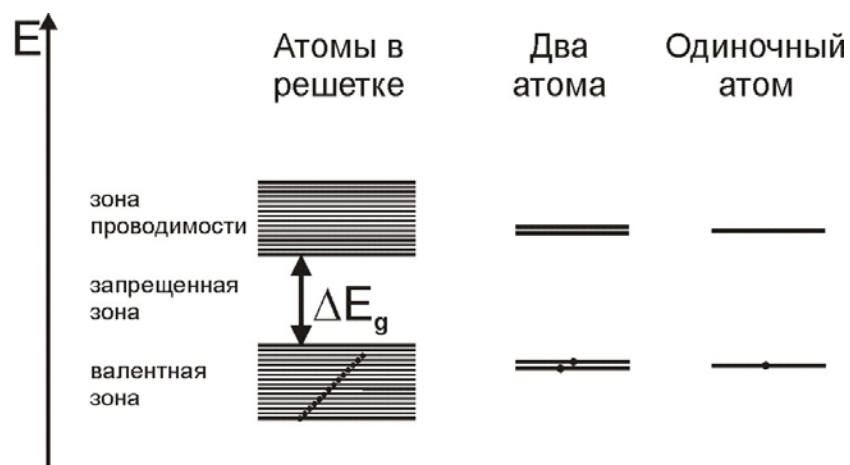
- При соединении атомов в молекулы и кристаллы структура энергетических уровней претерпевает кардинальные изменения.
- Ковалентная связь
- **Металлическая связь**
- Ионная связь
- Молекулярная связь



Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Понятие о зонной структуре твердых тел**



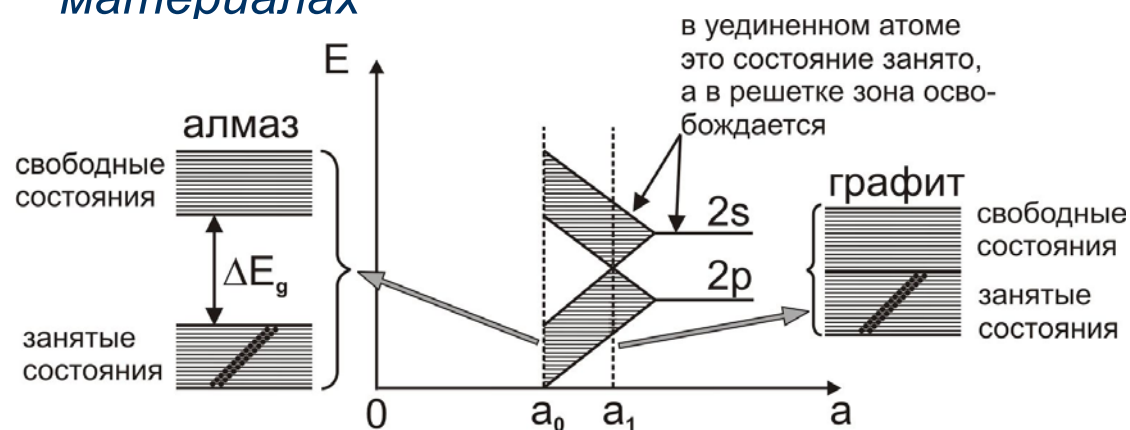
- **Обозначение степени заполнения энергетических зон**



Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Механизм образования энергетических зон в углеродных материалах

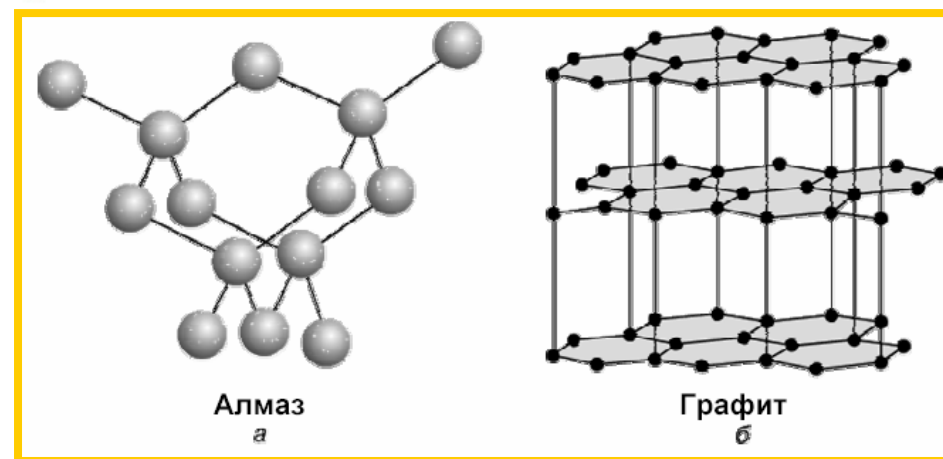


ΔE_g - ширина запрещенной зоны

a_1 - графит
 a_0 - алмаз

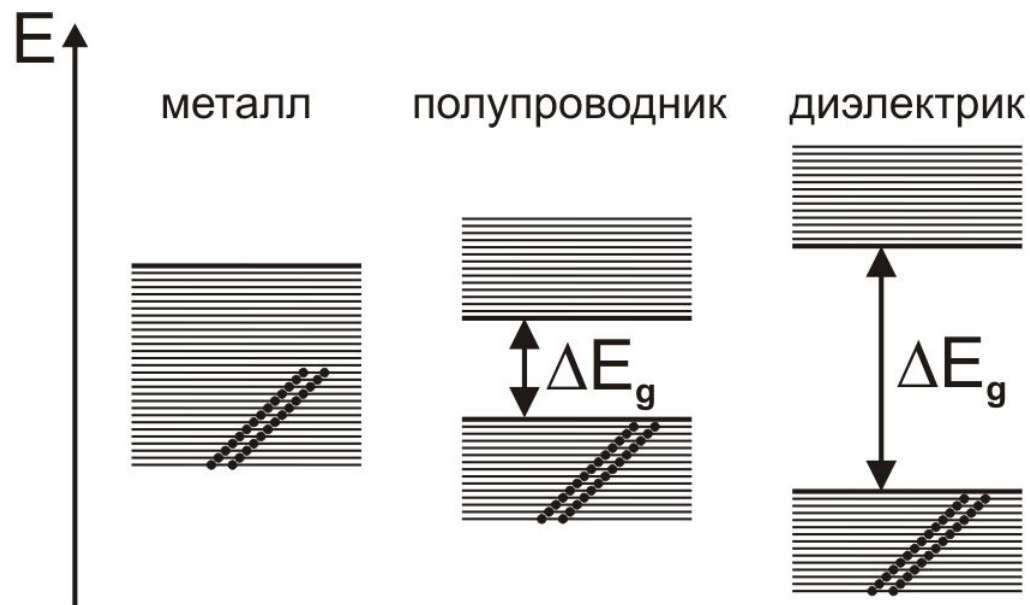
Ширина запрещенной зоны ΔE_g :

Алмаз (C)	—	5.3 эВ
Кремний (Si)	—	1.1 эВ
Германий (Ge)	—	0.72 эВ



СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- *Принцип разделения твердых тел на проводники, полупроводники и диэлектрики*



В металле заполненные состояния граничат с незаполненными. В полупроводниках ширина запрещенной зоны 0,5-2,5 эВ, а в диэлектриках >5эВ.

Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

- Для описания движения электронов в твердом теле необходимо выбрать адекватную модель, по возможности, не слишком сложную:

- Модель электронного газа**

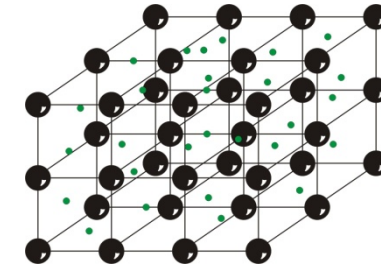
Тепловое движение электронов

$$\frac{mv_T^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$v_T \sim 10^5 \text{ м/с при } T = 300 \text{ К}$$

Распределение Больцмана

$$p(E) = A e^{-\frac{E}{k_B T}}$$



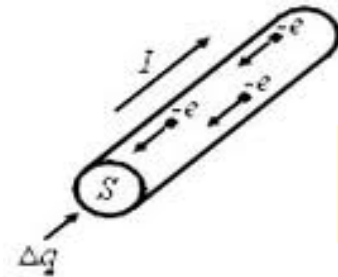
Дрейф в электрическом поле

$$v_{Dr} = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \tau = \frac{eE}{2mv_T}$$

$$\vec{j} = env_{Dr} = \frac{e^2 nl}{mv_T} \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$



$$\tau = \frac{l}{v_T}$$



$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} E = \frac{1}{\rho L} U \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

Закон Ома

Удельная проводимость

$$\sigma = \frac{e^2 nl}{mv_T}$$

Удельное сопротивление

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

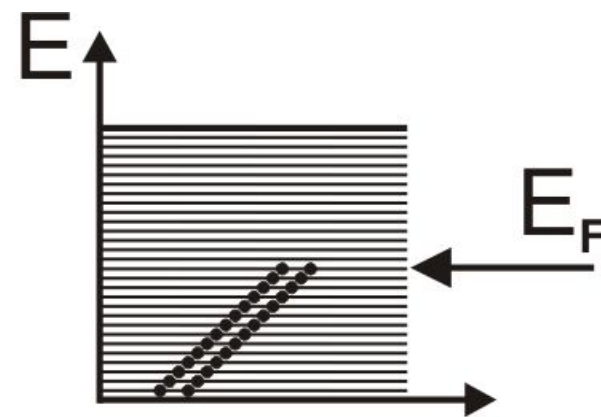
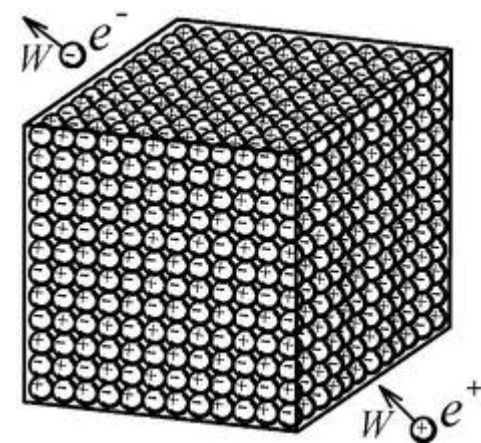
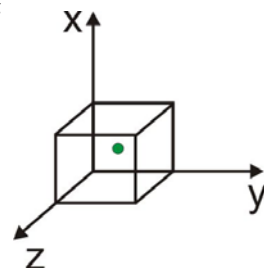
$$p_n = \frac{\pi \hbar n}{L}$$

- **Квантовая модель электропроводности. Трехмерный ящик.**

$$n_x = \frac{L}{\pi \hbar} p_{n_x}, \quad n_y = \frac{L}{\pi \hbar} p_{n_y}, \quad n_z = \frac{L}{\pi \hbar} p_{n_z}$$

$$p^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$E^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \sim \frac{1}{L^2}$$



- **Энергия Ферми.** Уровень энергии E_F , до которого заполнены все электронные состояния, называется уровнем Ферми.

Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

- Оценка числа состояний**
Максимальное возможное квантовое число определяется максимальным импульсом, то есть импульсом электрона на **уровне Ферми**.

$$n_{x\max} = n_{y\max} = n_{z\max} = \frac{L}{\pi\hbar} p_F$$

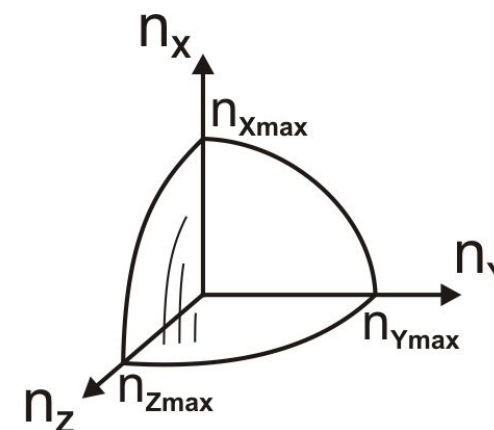
Полное число состояний

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \leq \frac{L^2}{\pi^2\hbar^2} p_F^2 \quad \text{и} \quad n_{x,y,z} \leq \frac{L}{\pi\hbar} p_F$$

Это 1/8 от объема шара в пространстве квантовых чисел (сфера Ферми)

С учетом принципа Паули
$$S = \frac{p_F^3 V}{3\pi^2\hbar^3}$$

или, в расчете на единицу объема



$$S = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{p_F^3 L^3}{\pi^3 \hbar^3} = \frac{p_F^3 V}{6\pi^2 \hbar^3}$$

$$N = \frac{S}{V} = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

- Импульс электрона на уровне Ферми

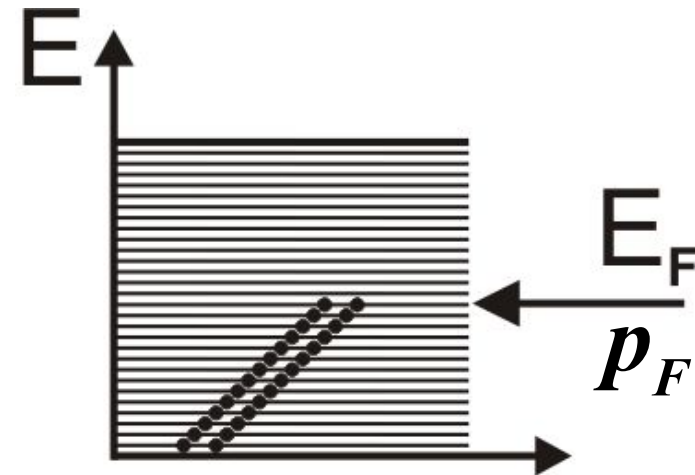
$$p_F = (3\pi^2 \hbar^3 N)^{1/3}$$

- Энергия Ферми

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 N)^{2/3}$$

- Плотность энергетических состояний:
количество частиц с энергией в интервале
вблизи уровня Ферми: $(E, E + \Delta E)$

$$dN = d \left(\frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{2mE}{\hbar^2} \right)^{3/2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} E^{1/2} dE$$



РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

- Плотность состояний с энергией E недалеко от уровня Ферми E_F :

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} E^{1/2}$$

- **Распределение Ферми**

не все $N(E)$ заполнены, нужно знать вероятность заполнения $f(E)$, чтобы определить число носителей заряда

$$n(E) = N(E) \cdot f(E), \text{ концентрация электронов}$$

$$n = \int_0^{\infty} n(E) dE$$

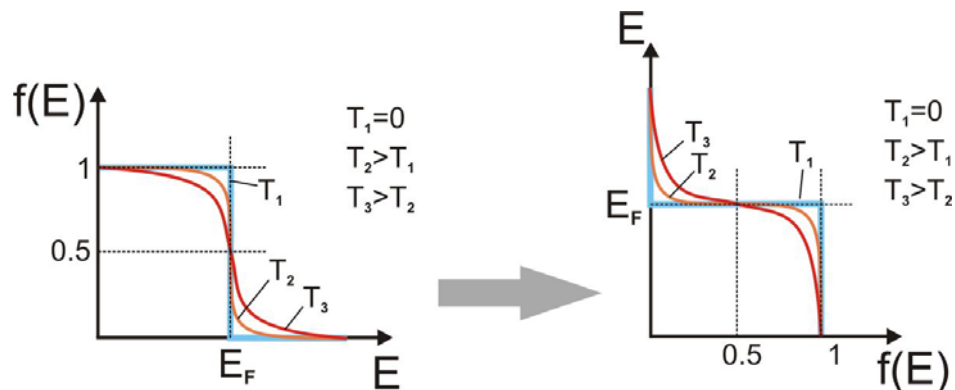
Для фермионов (частиц со спином 1/2):

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}}$$

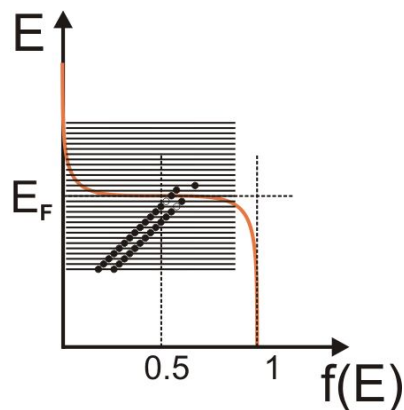
Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

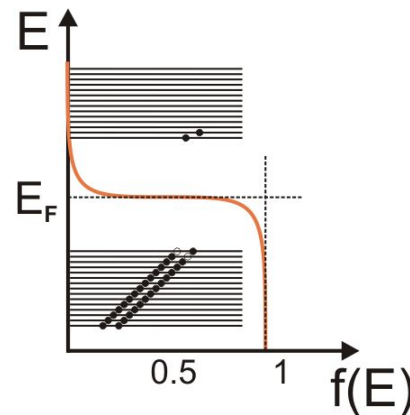
- Графический вид **распределения Ферми**



Уровень Ферми в металле

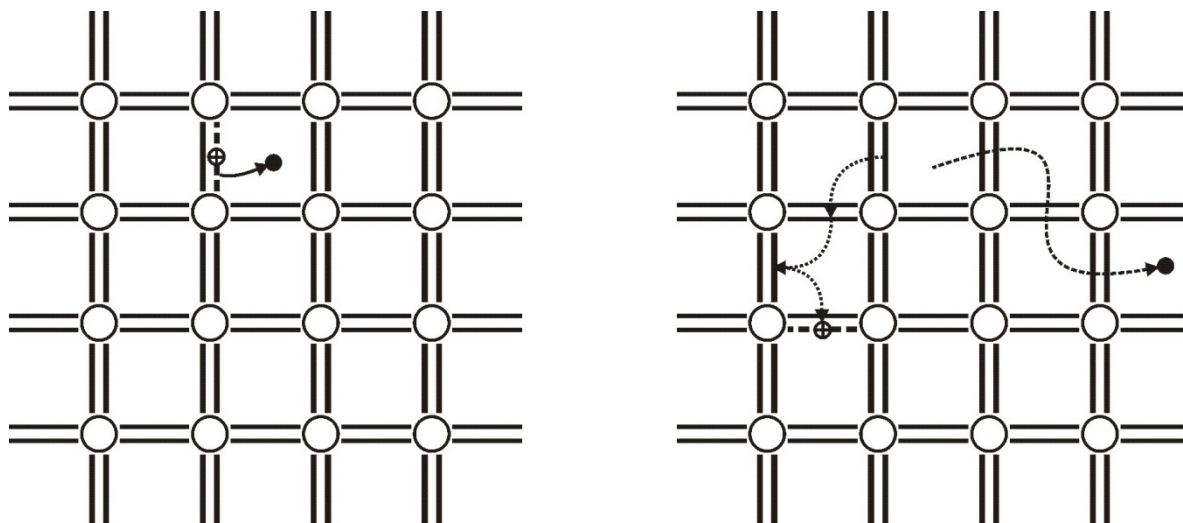


Уровень Ферми в полупроводнике



РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

• Электроны и дырки



Количество электронов и дырок в чистом, беспримесном и бездефектном полупроводнике очень мало, единицы на 10^{10} - 10^{14} атомов. С увеличением температуры количество электронов и дырок быстро растет. Увеличить количество электронов и дырок можно целенаправленно, с помощью легирования.

- **Количество электронов в зоне проводимости полупроводника**

$$n = \int_0^{\infty} n(E) dE = \int_0^{\infty} N(E) \cdot f(E) dE,$$

$$\text{при } E_C - E_F, E_F - E_V \gg k_B T \Rightarrow f_F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}} \sim e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}}$$

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m_n^{*3/2}}{\hbar^3} E^{1/2}$$

$$n = \int_{E_g}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m_n^{*3/2}}{\hbar^3} (E - E_C)^{1/2} e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}} dE$$

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

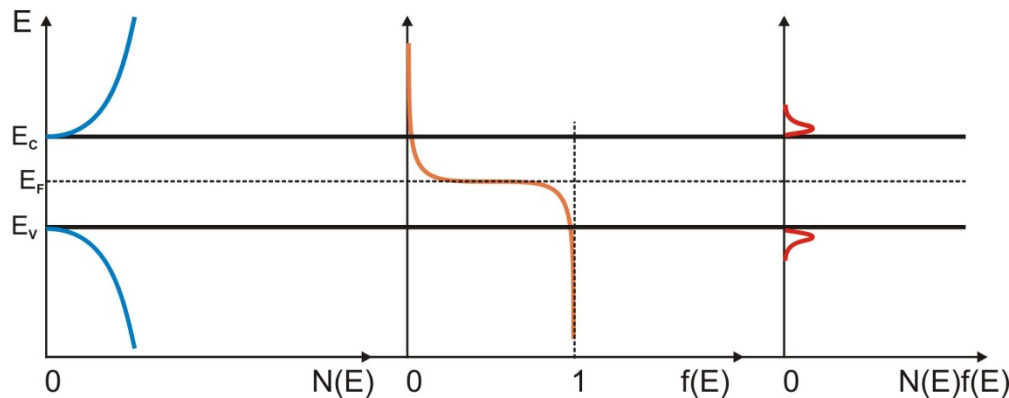
- **Количество электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне полупроводника**

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}},$$

$$\text{где } N_C = 2 \frac{m_n^{*3/2} (k_B T)^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^{3/2} \hbar^3} e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$

$$p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

$$\text{где } N_V = 2 \frac{m_p^{*3/2} (k_B T)^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^{3/2} \hbar^3} e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$



$$np = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}} =$$

$$N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}} =$$

$$N_C N_V e^{-\frac{E_G}{k_B T}}$$

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

- **Собственная концентрация носителей заряда в беспримесном (истинном) полупроводнике**

$$n = p = n_i \quad \text{И} \quad n_i^2 = np \approx N_C N_V e^{-\frac{E_G}{k_B T}} \approx N_C^2 e^{-\frac{E_G}{k_B T}}$$

$$n_i \approx N_C e^{-\frac{E_G}{2k_B T}}$$

- **Уровень Ферми в беспримесном полупроводнике**

$$f(E_C) = 1 - f(E_V)$$

$$\frac{1}{1 + e^{\frac{E_C - E_F}{k_B T}}} = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}} = \frac{e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}}{1 + e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}} \quad 1 + e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}} = e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}} + e^{\frac{E_V + E_C - 2E_F}{k_B T}}$$

$$E_F = \frac{E_V + E_C}{2}$$

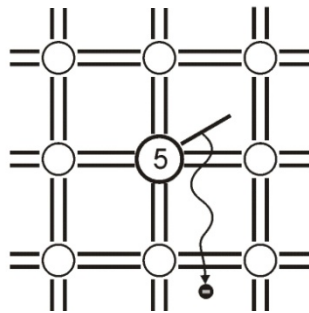
СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Собственная и примесная проводимость

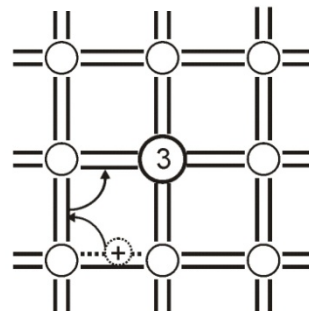
При комнатной температуре в кремнии (Si) $n_i \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$ и $n_i \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$ в германии (Ge). Эти концентрации незначительны по сравнению с концентрацией атомов полупроводника $\sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$

$$N_D, N_A \sim 10^{15} \dots 10^{19} \text{ см}^{-3} \gg n_i (10^9 \dots 10^{13} \text{ см}^{-3})$$

B, Al, Ga, In



N, P, As, Sb

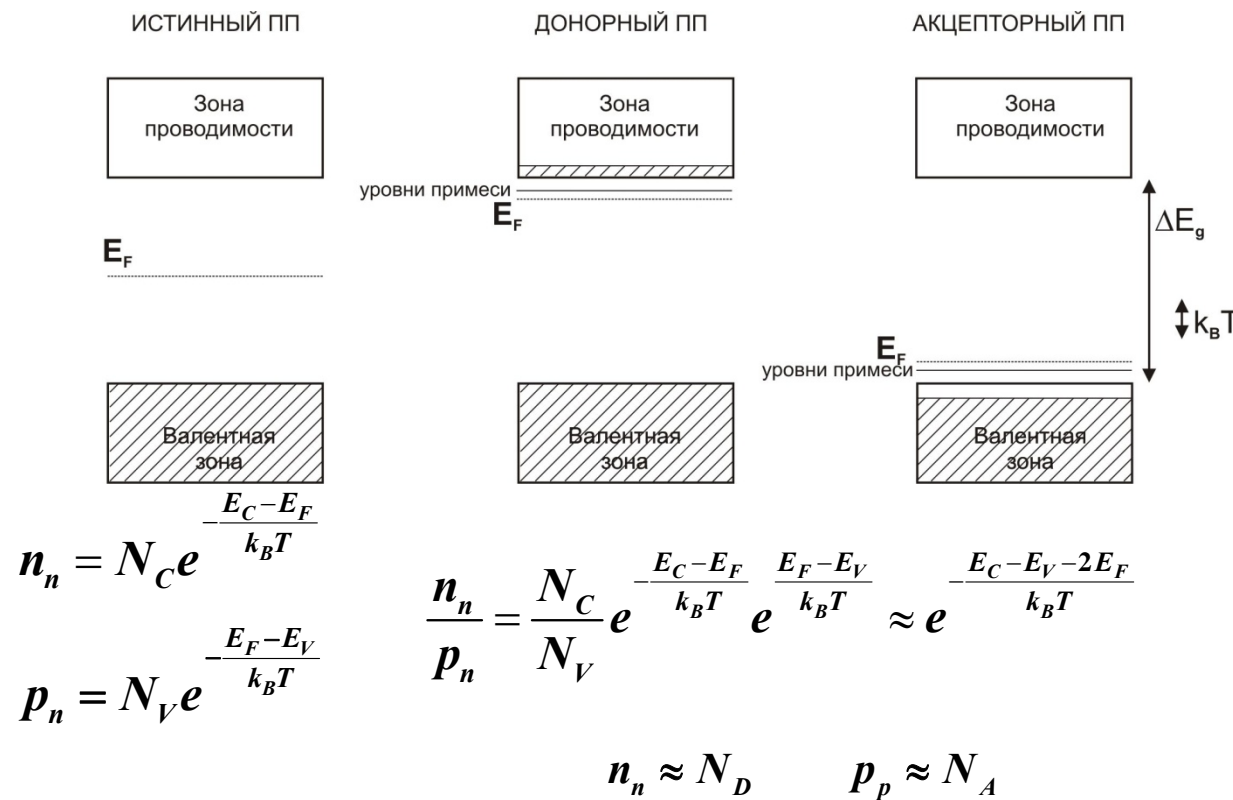


$$n_n = N_D + p_n, \quad n_n \cdot p_n = n_i^2, \quad n_n \gg p_n, \quad n_n \approx N_D$$

$$p_p = N_A + n_p, \quad p_p \cdot n_p = n_i^2, \quad p_p \gg n_p, \quad p_p \approx N_A$$

СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- Положение уровня Ферми в электрически нейтральном и легированном полупроводнике



$$E_F \approx \frac{E_C + E_V}{2} + k_B T \cdot \ln \frac{n_n}{n_i} \approx \frac{E_g}{2} + k_B T \cdot \ln \frac{n_n}{n_i}$$

$$E_F \approx \frac{E_g}{2} + k_B T \cdot \ln \frac{N_D}{n_i}$$

$$E_F \approx \frac{E_g}{2} - k_B T \cdot \ln \frac{p_n}{n_i}$$

$$E_F \approx \frac{E_g}{2} - k_B T \cdot \ln \frac{p_p}{n_i}$$

$$E_F \approx \frac{E_g}{2} - k_B T \cdot \ln \frac{N_A}{n_i}$$

$$E_F \approx \frac{E_g}{2} + k_B T \cdot \ln \frac{n_p}{n_i}$$

СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- **Технологии легирования полупроводников**

Высокотемпературная диффузия: легирующая примесь приводится в соприкосновение с поверхностью монокристалла кремния. Монокристалл разогревается, и атомы примеси проникают внутрь монокристалла, замещая атомы кремния в решетке.

Ионная имплантация (ионное внедрение, ионное легирование): процесс введения примесных атомов в твердое тело путем бомбардировки его поверхности ускоренными ионами.

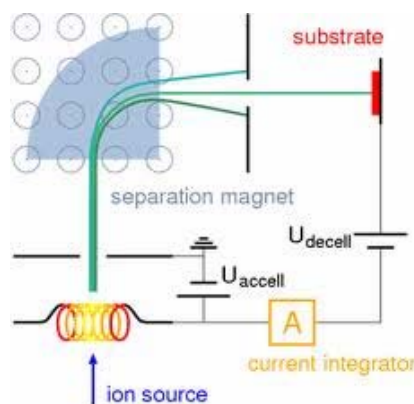
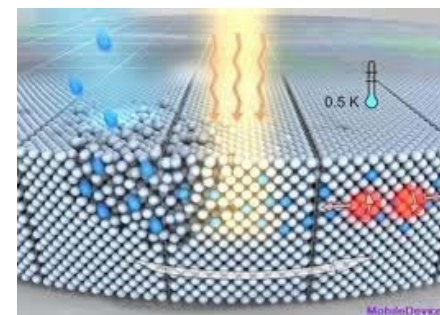
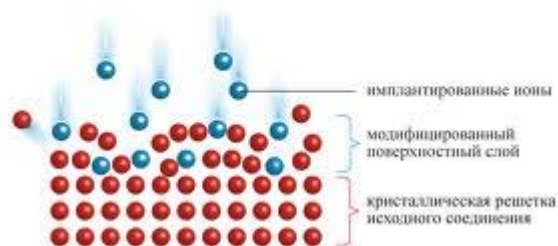
Радиационно-стимулированная диффузия: бомбардировка кристалла легкими ионами, энергия которых передается атомам подложки. Вследствие этого наблюдается смещение атомов в междоузельное пространство и образуются вакансии. В определенных условиях вакансии могут мигрировать в кристалле, меняясь положением в решетке с соседними атомами основного кристалла или атомами примеси.

Лазерный отжиг. В процессе легирования лазерное излучение используется как для непосредственного селективного легирования, так и для отжига пластин после проведения ионной имплантации, а также диффузии, эпитаксиального наращивания и т.д.

Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- *Технологии легирования полупроводников*



Лекция 3. Элементы физики полупроводников. Полупроводниковые диоды

- **Свободные носители заряда в металлах и полупроводниках.** Полупроводники в микроэлектронике. Носители заряда в полупроводнике. Дрейфовый ток. Диффузионный ток. Закон Ома. Уравнение непрерывности
- **Электронно-дырочные переходы и их характеристики.** Контактные явления на границе двух полупроводников. Электронно-дырочный переход. Расчет поля и потенциала. Ширина запирающего слоя. Высота потенциального барьера. Инжекция и экстракция неосновных носителей заряда в p-n-переходе. Вольт-амперная характеристика. Полупроводниковые диоды. Дифференциальное сопротивление p-n-переходов. Барьерная емкость p-n-перехода. Диффузионная емкость p-n-перехода.
- **Полупроводниковые диоды.** Быстродействие полупроводниковых диодов. Виды полупроводниковых диодов.
- **Контакт металл - полупроводник.** Диоды Шоттки. Омические контакты.
- **Прямозонные и непрямозонные полупроводники.** Простейшие **оптоэлектронные устройства**

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !

Лекция 3. Элементы физики полупроводников. Полупроводниковые диоды

- **Движение свободных носителей заряда в металлах и полупроводниках.** Полупроводники в микроэлектронике. Носители заряда в полупроводнике. Дрейфовый ток. Диффузионный ток. Закон Ома. Уравнение непрерывности
- **Электронно-дырочные переходы и их характеристики.** Контактные явления на границе двух полупроводников. Электронно-дырочный переход. Расчет поля и потенциала. Ширина запирающего слоя. Высота потенциального барьера. Инжекция и экстракция неосновных носителей заряда в p-n-переходе. Вольт-амперная характеристика. Полупроводниковый диод. Дифференциальное сопротивление p-n-переходов. Барьерная емкость p-n-перехода. Диффузионная емкость p-n-перехода.
- **Полупроводниковые диоды.** Быстродействие полупроводниковых диодов. Виды полупроводниковых диодов.
- **Контакт металл - полупроводник.** Диоды Шоттки. Омические контакты.
- **Оптоэлектроника.** Прямозонные и непрямозонные полупроводники. Простейшие оптоэлектронные устройства